

# CAMERA DI MILLIKAN

## Introduzione all'esperimento

Su una gocciolina di olio in caduta libera in aria agiscono tre forze: l'attrazione gravitazionale, la forza di frenamento dovuta alla viscosità dell'aria e la spinta di Archimede. Quest'ultima si può considerare nulla, dato che la densità dell'olio è dell'ordine di mille volte superiore a quella dell'aria. Essendo la forza viscosa dipendente dalla velocità, dopo un certo tempo si avrà equilibrio tra tale forza e quella gravitazionale, quindi la goccia continuerà a cadere con velocità costante, detta velocità limite, con equazione del moto:

$$mg - kv_f = 0$$

dove  $v_f$  è la velocità limite di caduta e  $k$  la costante di frenamento dovuto alle forze viscosi. Con l'olio utilizzato nel nostro esperimento, nebulizzato in gocce con masse nell'ordine di  $10^{-15}$  Kg, si può dimostrare che sono valide le seguenti assunzioni:

- il regime di moto uniforme viene raggiunto in una frazione di secondo dopo l'ingresso delle gocce nella camera
- le gocce hanno forma sferica

Quando viene applicato un campo elettrico le equazioni del moto a regime sono:

$$mg + Eq - kv_c = 0$$

e

$$mg - Eq + kv_r = 0$$

a seconda della polarizzazione delle piastre del condensatore. In esse  $E$  è l'intensità di campo elettrico,  $v_c$  e  $v_r$  rispettivamente le velocità limite di caduta e risalita durante l'applicazione del campo elettrico e  $q$  la carica elettrica totale della goccia. Da ognuna delle due equazioni del moto di cui sopra, una volta misurate le velocità limite, si può ricavare allora la carica elettrica totale della goccia di olio, a patto di conoscerne la massa e la costante di frenamento.

Conoscendo la densità  $\rho$  dell'olio si può scrivere la massa di una goccia in funzione del suo raggio  $r$  come:

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

Il parametro  $k$  è fattorizzato in due componenti ( $k=\eta\times\gamma$ ):  $\eta$ , detto coefficiente di viscosità dell'aria, è ricavato sperimentalmente e il suo valore in funzione della temperatura è disponibile, in forma di grafico, alla pagina 19 del manuale originale dell'apparato. In realtà a causa delle dimensioni delle gocce in gioco, comparabili con il cammino libero medio delle molecole d'aria, è necessario utilizzare il valore  $\eta$  moltiplicato per un fattore correttivo, dipendente da  $r$ , utilizzando quindi la formula:

$$\eta_{eff} = \eta \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pr}} \right)$$

dove  $b$  è un'opportuna costante ( $8.20\times 10^{-3}$  Pa·m),  $p$  la pressione atmosferica e  $r$  il raggio della goccia.

Il parametro  $\gamma$  dipende dalla forma del corpo e, nel caso della sfera, è dato dalla legge di Stokes:

$$\gamma = 6\pi r$$

Ora si può quindi riscrivere l'equazione del moto in caduta libera sostituendo a  $m$  e  $k$  le relative espressioni in funzione di  $r$ .

Risolvendo l'equazione risultante rispetto a  $r$  si ottiene la seguente relazione:

$$r = \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2g\rho}} - \frac{b}{2p}$$

Infine si può ottenere la carica totale della goccia utilizzando una delle due equazioni del moto a regime in campo elettrico e sostituendovi i valori di massa e costante di frenamento calcolati in funzione di  $r$ , ricordando che il campo elettrico all'interno delle piastre di un condensatore a facce piane ai cui capi è applicata una differenza di potenziale  $V$  è uguale a:

$$E = \frac{V}{d}$$

dove  $d$  è la distanza tra le piastre.

NOTA: utilizzate esclusivamente le unità del Sistema Internazionale (MKS)!

## **AP-8210 PASCO Scientific**

L'apparato AP-8210 è una vera e propria camera di Millikan, compatta e facilmente trasportabile, che permette la misura della carica delle gocce di olio ionizzate da una sorgente radioattiva  $\alpha$  ( $\text{Th}^{232}$ , 8 nCi) inserita nell'apparato stesso.

### **Descrizione**

L'apparato è realizzato sopra una piastra di supporto, con dimensioni  $\sim 20 \times 30 \times 2.5$  cm, dotata di piedini regolabili e di fori passanti per il fissaggio ad uno stativo a doppia barra verticale (distanza tra i centri dei fori 127mm).

Su tale supporto è fissata la camera di Millikan vera e propria, la lampada alogena per l'illuminazione dell'interno della camera, una bolla per la messa in piano della piastra, un microscopio 30 $\times$  con reticolo (0.1mm tra ogni linea), per l'osservazione delle gocce e la misura delle loro velocità, l'interruttore di controllo del campo elettrico, i connettori per l'applicazione di differenza di potenziale alle piastre del condensatore e quelli per il termistore della camera e, infine, un ago inseribile al centro della camera, per la messa a fuoco del microscopio.

La camera vera e propria è realizzata tra i due piatti del condensatore, che produce il campo elettrico necessario per l'esperimento, nello spazio vuoto al centro di una lastrina spaziatrice (spessa  $\sim 7.6$ mm) in materiale plastico trasparente. Il tutto è inserito in un cilindro protettivo con due fori laterali, uno per l'ingresso della luce della lampada alogena e dotato di lente convessa e l'altro per l'osservazione tramite il microscopio.

La piastra superiore del condensatore è dotata al centro di un piccolo foro, sormontato da un tappo in plastica con foro passante angolato, il tutto per limitare il numero di gocce entranti nella camera che, altrimenti, sarebbe eccessivo.

La piastra inferiore alloggia il termistore e, inoltre, presenta un piccolo foro di sfiato per evitare moti turbolenti durante l'introduzione di nuove gocce nella camera.

Lateralmente alla camera vi è la sorgente ionizzante e una leva che serve sia per aprire e chiudere il foro di sfiato che per esporre la sorgente di raggi  $\alpha$  verso l'interno della camera.

L'apparato include, oltre la piastra, un trasformatore a 12 V DC per l'alimentazione della lampada alogena, una confezione di olio minerale e un nebulizzatore per l'introduzione dell'olio, in forma di piccole gocce, nella camera.

Per l'utilizzo dell'apparato AP-8210 sono inoltre necessari: un alimentatore stabilizzato che fornisca almeno 400 V a 10 mA (ad esempio il SF-9585 PASCO), un multimetro digitale per differenza di potenziale e resistenza (tipo SB-9599A PASCO), quattro cavetti con connettori a banana (tipo SE-9415 PASCO) e un cronometro (ad es. SE-8702 PASCO).

Per una maggior comodità nell'esecuzione delle misure è inoltre consigliata uno stativo con base larga e doppia barra verticale come ME-8735/8736 PASCO.

Per l'esecuzione dell'esperimento è necessario porre l'attrezzatura su un tavolo stabile in un ambiente con luce attenuata e lontano da fonti di vibrazioni.

Una descrizione più completa dell'apparato e delle operazioni di montaggio necessarie sono presenti nel manuale originale dell'apparecchiatura (in inglese) e nel video dell'esperimento (in italiano).

**ATTENZIONE:** per motivi di sicurezza, prima di accedere ai piatti del condensatore della camera assicuratevi sempre che l'alimentatore sia spento.

## Preparazione dell'attrezzatura

- 1) Ponete l'apparecchiatura sul tavolo e mettetela in piano utilizzando i piedini regolabili della piastra (o quelli dello stativo se utilizzato); ciò è importante per minimizzare la deriva laterale delle gocce, potenziale fonte di errore sperimentale.
- 2) Misurate, utilizzando un calibro Palmer, lo spessore della parte interna (il bordo è rialzato!) del separatore posto tra le due piastre del condensatore.
- 3) Regolate le ottiche del microscopio:
  - a) Inserite l'ago di focheggiamento nel foro al centro della piastra superiore della camera.
  - b) accendete la lampada alogena
  - c) ruotando la messa a fuoco del microscopio più vicina all'oculare, mettete a fuoco il reticolo
  - d) ruotando la messa a fuoco del microscopio più vicina alla camera, mettete a fuoco l'ago.
- 4) Regolate la posizione della lampada alogena:
  - a) utilizzando la manopola posta sopra al porta-lampada regolate la posizione verticale della lampada alogena, in modo da massimizzare la brillantezza della zona centrale del reticolo
  - b) utilizzando la manopola posta su un lato del porta-lampada regolate la posizione orizzontale della lampada alogena, in modo che il fascio sia focalizzato al centro della camera, ovvero è massimizzata la differenza di brillantezza tra il lato destro (più brillante) e quello sinistro dell'ago.
- 5) Collegate l'alimentatore agli appositi connettori sulla piastra e alimentate con tensione costante (500 V è il valore consigliato, non superatelo).
- 6) Utilizzate il multimetro per leggere la resistenza del termistore e determinare la temperatura all'interno della camera, utilizzando la tabella di conversione resistenza-temperatura riportata sia sulla piastra che sul manuale originale. Si noti che la temperatura aumenterà leggermente durante le misure, a causa della lampada alogena di illuminazione; si consiglia pertanto di effettuare più misure di resistenza in modo da utilizzare quella più vicina temporalmente alle misure di velocità delle gocce considerate.
- 7) Utilizzate un barometro per ottenere il valore della pressione dell'aria.

## Procedura sperimentale

- 1) Riassamblate l'apparato, riponendo l'ago di focheggiamento nella sua sede sulla piastra e posizionando in cima al cilindro protettivo della camera il suo coperchio in plexiglass forato al centro.
- 2) Dopo avere caricato il nebulizzatore con olio non volatile di densità conosciuta (l'olio fornito ha densità  $886 \text{ kg/m}^3$ ), assicuratevi che l'ugello di erogazione sia rivolto verso il basso, comprimate alcune volte il bulbo in gomma, fino a che l'olio comincia a uscire.
- 3) Spostate la leva laterale nella posizione *Spray Droplet Position*.
- 4) Ponete l'ugello nel foro del coperchio della camera ed erogate con una compressione breve e rapida. Dopo qualche istante osserverete all'oculare un certo numero di gocce: se ciò non avviene può essere che il foro superiore della camera (quello sulla piastra) sia ostruito da olio residuo; in tal caso pulite e liberate il foro (si può utilizzare l'ago di focheggiamento). Nel caso il campo sia invece pieno di gocce d'olio attendete qualche minuto che si siano depositate sul fondo o, dopo avere spento l'alimentatore, aprite e pulite la camera.
- 5) Una volta ottenuto un buon gruppo di gocce portate la leva in posizione *off*.
- 6) Tra le gocce visibili selezionatene una sufficientemente brillante e che, col campo elettrico nullo, abbia velocità di caduta nell'intervallo  $0.02\text{-}0.05 \text{ mm/s}$  e che reagisca al campo elettrico

una volta inserito. Se vi sono ancora un po' troppe gocce si può attivare il capacitore con polarità opportuna finché buona parte di esse non si sia depositata. Se tra le gocce con le giuste caratteristiche di velocità di caduta libera e di brillantezza non ve ne sono di ionizzate, esponete la sorgente  $\alpha$  per qualche secondo, quindi riprovate ad attivare il campo. Ripetete questa procedura finché la goccia è ionizzata oppure si è depositata o comunque uscita dal campo di vista.

- 7) Una volta identificata la goccia effettuate la regolazione fine del fuoco del microscopio. È possibile che, durante le misure, la goccia si sposti leggermente sulla lungo la direzione visuale e quindi si indebolisca: a questo problema si può ovviare regolando nuovamente la messa a fuoco
- 8) Misurate ora il tempo di caduta libero della goccia, ricordando che l'utilizzo di intervalli di spazio maggiori minimizza l'errore relativo dovuto alla non perfetta misurazione dei tempi di caduta. Attivate il campo riportando la goccia nella posizione alta e ripetete la misura una decina di volte e registrate le misure.
- 9) Attivando il campo elettrico misurate i relativi tempi di caduta e, cambiando polarità, di risalita. Effettuate queste misure una decina di volte e registrate le misure.
- 10) Esponete la sorgente  $\alpha$  per qualche istante, finché la velocità di spostamento della goccia varia, essendo quindi variata la carica totale.
- 11) Ripetete i punti 9 e 10 cercando di ottenere misure per più cariche totali differenti possibile.
- 12) Ripetete i punti dal 2 all'11 cercando di ottenere dati per un buon numero di differenti gocce.

## **Analisi delle misure**

Per ogni goccia

- 1) Calcolate la media dei tempi di caduta libera e, quindi, la velocità  $v_f$ .
- 2) Calcolate il raggio della goccia e, quindi, la massa e la costante di frenamento.
- 3) Per ogni stato di carica
  - a) Calcolate la media dei tempi di caduta in campo elettrico e quella dei tempi di risalita. Calcolate rispettivamente  $v_c$  e  $v_r$ .
  - b) Calcolate la carica totale della goccia utilizzando, per maggiore precisione, sia la relazione con  $v_c$  che quella con  $v_r$ .
  - c) Registrare la carica ottenuta.

Il foglio *Excel* distribuito assieme all'apparecchiatura permette la registrazione dei tempi di uno stato di carica di una goccia e ne calcola la carica totale: registrate il risultato ottenuto prima di procedere con l'inserimento di nuovi tempi.

Solo attraverso l'analisi di differenti cariche di molte gocce e un certo livello di abilità sperimentale si può ricavare il valore della carica dell'elettrone. Infatti, se si osserva che entro gli errori sperimentali, la cariche misurate sono tutte multiple intere di un certo valore questa è una buona indicazione della natura quantizzata della carica elettrica e ci si può aspettare ragionevolmente che tale valore sia quello minimo.

Se poi vi sono indicazioni, da altri esperimenti, che portano a ritenere quantizzata la carica e che, magari, pongono dei limiti e/o un ordine di grandezza sul suo valore l'esperimento di Millikan fornisce un supporto sperimentale più che adeguato ad una misurazione della carica con un errore percentuale inferiore al 10%. Un'interessante nota storica sull'esperimento di Millikan e sugli esperimenti ad esso precedenti (Townsend 1890, Thompson 1900) è contenuto nel manuale originale di AP-8210 PASCO Scientific alla pagine dalla 11 alla 15.